

# Programação Matemática

## Lista 03 - Otimização Inteira

Professor: Daniel Henrique Silva

1) Descreva como funciona o algoritmo Branch-and-Bound, incluindo quais são os critérios nos quais podemos podar os nós de uma árvore de busca.

2) (Retirado da lista de exercícios de Programação Matemática 2017 – Professora Franklina) – Resolva os problemas a seguir, utilizando o algoritmo B&B:

a)  $\text{Max } f(x) = 5x_1 + 2x_2$

$$\text{Sujeito à: } \begin{cases} 3x_1 + x_2 \leq 12 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0; x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

b)  $\text{Max } f(x) = 2x_1 + 3x_2$

$$\text{Sujeito à: } \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 25 \\ x_1, x_2 \geq 0; x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

c)  $\text{Max } f(x) = 4x_1 + 5x_2$

$$\text{Sujeito à: } \begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 7 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 13 \\ x_1, x_2 \geq 0; x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

3) Alguns problemas de otimização inteira possuem mais de uma solução ótima. O Algoritmo Branch-and-bound é capaz de identificar quando isso acontece?

4) Aplique o algoritmo Branch-and-bound para os seguintes problemas de mochila binárias.

a)  $\text{Max } f(x) = 22x_1 + 25x_2 + 19x_3 + 23x_4$

$$\text{Sujeito à: } 11x_1 + 9x_2 + 10x_3 + 11x_4 \leq 21; x_i \in \{0; 1\}$$

b)  $\text{Max } f(x) = 7x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 7x_4$

$$\text{Sujeito à: } 13x_1 + 13x_2 + 12x_3 + 14x_4 \leq 26; x_i \in \{0; 1\}$$

c)  $\text{Max } f(x) = 5x_1 + 4x_2 + 4,9x_3 + 4,3x_4$

$$\text{Sujeito à: } 1,3x_1 + 1,3x_2 + 1,1x_3 + 1,4x_4 \leq 3,8; x_i \in \{0; 1\}$$

d)  $\text{Max } f(x) = 13x_1 + 10x_2 + 11x_3 + 14x_4 + 12x_5$

$$\text{Sujeito à: } 11x_1 + 12x_2 + 14x_3 + 13x_4 + 15x_5 \leq 39; x_i \in \{0; 1\}$$

5) Em cada item do exercício anterior, faça uma heurística gulosa que determine uma solução factível de boa qualidade para os problemas dados.

6) A partir dos dados do exercício anterior, em cada item, faça uma iteração de uma busca local na qual uma solução é considerada vizinha da solução anterior quando é criada se trocando o valor de duas variáveis da solução. Ou seja, dado um vetor  $(a; b; c; d; e)$ , as soluções dadas por  $(b; a; c; d; e)$ ;  $(a; b; e; d; c)$  são exemplos de soluções vizinhas pois podem ser obtidas com uma única troca de solução. Já  $(c; d; a; b; e)$  não pode ser obtida através de uma única troca de posições, então não pode ser considerada solução vizinha. Analise se a solução obtida pela heurística gulosa é um ótimo local através dessa métrica ou não.

**Gabarito das questões numéricas:**

2) .

a) Máximo  $f(x) = 20$ , maximante  $\bar{x} = (4; 0)$

b) Máximo  $f(x) = 15$ , maximante  $\bar{x} = (0; 5)$

c) Máximo  $f(x) = 22$ , maximante  $\bar{x} = (2; 3)$

4) .

a) Máximo  $f(x) = 48$ , maximante  $\bar{x} = (0; 1; 0; 1)$

b) Máximo  $f(x) = 13$ , maximante  $\bar{x} = (0; 0; 1; 1)$  ou  $(1; 0; 1; 0)$  ou  $(1; 1; 0; 0)$

c) Máximo  $f(x) = 14,8$ , maximante  $\bar{x} = (1; 1; 1; 0)$

d) Máximo  $f(x) = 39$ , maximante  $\bar{x} = (1; 0; 0; 1; 1)$

