

# Programação Matemática

## Lista 02 - Simplex

Professor: Daniel Henrique Silva

Do livro-texto do curso (Arenales et. al.)

Capítulo 2: Exercício 2.10, 2.17 itens de a) até d), 2.18, 2.19

Além desses exercícios:

1) Para cada um dos problemas dados a seguir, passe-os para a forma padrão:

$$\text{a) } \text{Max } f(x) = 3x_1 + 4x_2 - 3x_3 + x_4; \text{ Sujeito à: } \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_2 + x_3 \geq 3 \\ x_3 - x_4 = 20 \\ x_1; x_2; x_3; x_4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \text{Min } f(x) = 4x_1 - 2x_2 + x_3; \text{ Sujeito à: } \begin{cases} x_1 \leq x_2 + 2x_3 \\ x_2 \geq x_3 \\ x_1 \leq 0; x_2 \geq 0; x_3 \in \mathbb{R} \end{cases}$$

2) Se um ponto é ótimo de uma função, então ele é vértice do conjunto de factibilidade. Essa afirmação é verdadeira ou falsa? Justifique.

3) Se um problema de otimização apresenta ótimo finito, então existirá ao menos um vértice ótimo. Essa afirmação é verdadeira ou falsa? Justifique.

4) Escreva um resumo do algoritmo Simplex, incluindo Fase 1, caso necessário.

5) A princípio, no algoritmo Simplex, o cálculo da matriz  $B^{-1}$ , inversa da matriz de coeficientes básicos, não é necessária, se forem resolvidos alguns sistemas lineares ao invés desse cálculo. Descreva quais mudanças devem ser feitas no algoritmo Simplex para que não se faça necessário o cálculo da matriz  $B^{-1}$  a cada iteração.

6) Quais mudanças são necessárias no algoritmo Simplex caso ele resolva um problema de minimização? (Sem alterar a função  $\min f(x) = c^t x$  para  $\max f(x) = -c^t x$ ).

7) Através do algoritmo Simplex, como identificamos se o problema possui...

- ...soluções múltiplas?
- ...soluções degeneradas?
- ...solução ilimitada?
- ...região infactível?

8) Para cada item, resolva o problema utilizando o algoritmo Simplex, e, em paralelo, faça o gráfico correspondente a cada problema, e analise o caminho percorrido pelas soluções até determinar o ótimo.

$$\text{a) } \text{Max } f(x) = x_1 + 3x_2; \text{ Sujeito a } \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 20 \\ 2x_1 - x_2 \leq 10 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \text{Max } f(x) = x_1 + 2x_2; \text{ Sujeito a } \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 30 \\ x_1 - x_2 \leq 10 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \text{Max } f(x) = x_1 - x_2; \text{ Sujeito a } \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 20 \\ x_1 - 2x_2 \leq 20 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

d)  $\text{Max } f(x) = 2x_1 + x_2$ ; *Sujeito a:* 
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 20 \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 10 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

e)  $\text{Max } f(x) = 2x_1 + x_2$ ; *Sujeito a:* 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 5 \\ x_1 + 2x_2 \leq 20 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

**Gabarito das questões com cálculos:**

8)

a) Maximante  $x^* = (0; 20)$ ,  $f(x^*) = 60$

b) Soluções ótimas múltiplas.  $x^* = (0; 15)$  ou  $(15; 7.5)$ ,  $f(x^*) = 30$

c) Maximante  $x^* = (20; 0)$ ,  $f(x^*) = 20$  → Note que esse é degenerado

d) Ilimitada

e) Maximante  $x^* = (20; 0)$ ,  $f(x^*) = 40$

