



Nome: _____

RA: _____

Instruções gerais para a prova:

- Os celulares deverão permanecer desligados durante a prova.
- Não são permitidas saídas durante a prova.
- Não destaque a folha de questões do restante da prova. Eles devem ser entregues juntos
- Erros sérios de gramática serão descontados.
- Para esta prova não é permitido o uso de calculadoras.
- Justifique todas as passagens importantes.

Boa prova!

1) Derive as funções:

(0.75/cada)

a) $\frac{x^3 \cdot \cos(ax)}{\ln(x^2 + b^2)}$

b) $x^{\cotg(x)}$ ou $x^{tg(x)}$ ou $x^{\sec(x)}$ ou $x^{\operatorname{cosec}(x)}$

2) Um balão esférico é inflado a uma taxa constante de $\alpha \text{ cm}^3/\text{s}$.

(1.25) a) Determine uma expressão que diga a velocidade na qual a área da esfera aumenta, de acordo com o tamanho do raio.

(0.75) b) Analise o que acontece com a velocidade de aumento da área quando o raio tende a infinito. Este resultado faz sentido fisicamente? Justifique.

Utilize se necessário que $A_e = 4\pi R^2$; $V_e = \frac{4}{3}\pi R^3$

(2.0) 3) Caixinhas de suco, com formato de prismas de base quadrada, com capacidade $V \text{ ml}$ serão fabricadas, de modo que o custo para a produção para a base e a tampa e da base é de $R\$C_1/\text{cm}^2$, o custo das faces laterais e da face traseira é de $R\$C_2/\text{cm}^2$, e o custo da face frontal é de $R\$C_3/\text{cm}^2$, devido a impressão do logotipo.

a) Determine uma função que descreva o custo de produção da caixa, em função de uma única variável. Não se esqueça de descrever qual variável é essa.

b) Determine as dimensões da caixa que minimizem o custo de produção.

Observe que $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$

4) Considere a função $f(x) = \frac{(x - \alpha)^2}{(x - \beta)^2}$.

(0.4/cada)

a) Determine o domínio dessa função.

b) Calcule a derivada dessa função.

c) Analise o crescimento/decrescimento dessa função em seu domínio.

d) Determine se essa função possui máximos e/ou mínimos locais.

e) Calcule a derivada segunda dessa função.

f) Analise as concavidades da função em seu domínio, e analise se existem pontos de inflexão.

g) Essa função possui assíntotas horizontais? Caso sim, determine quais, caso não, justifique.

h) Essa função possui assíntotas verticais? Caso sim, determine quais, caso não, justifique.

i) Essa função possui assíntotas oblíquas? Caso sim, determine quais, caso não, justifique.

j) Faça um esboço do gráfico dessa função.

(1.5) 5) Admita que a equação $x^2 \pm xy + y^2 = 3$ represente uma elipse oblíqua. Determine o ponto mais alto e mais baixo (relativos ao eixo y) dessa elipse.