



Nome: _____ RA: _____

Versão online para conferência

1) Considere a função $f: A \rightarrow B, f(x) = |a_1 \cos(a_2 x) + a_3| - a_4$.

(1.5) a) Essa função é periódica e limitada. Determine o período dessa função e também os valores limitantes dessa função $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tais que $\alpha \leq f(x) \leq \beta$.

(1.0) b) Mostre que se $A = B = \mathbb{R}$, então essa função não é nem injetora, nem sobrejetora.

2)

(1.0) a) Argumente porque uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x)$ par/periódica não pode ser bijetora.

(1.5) b) Sabe-se que a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$ (ou x^4 ou $\cos(x)$ ou $\sin(x)$) é par (ou periódica), e portanto, não é bijetora. Considerando a função $g(x) = \sqrt{x}$ (ou $\sqrt[4]{x}$, ou $\arccos(x)$, ou $\arcsen(x)$), temos que $f \circ g(x) = g \circ f(x) = x$, o que nos dá a ideia de que $g(x) = f^{-1}(x)$. Como isso é possível, já que $f(x)$ não é bijetora, e, portanto, não admite inversa?

(0.6/cada) 3) Calcule os limites:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 7x^2 + 15x + 10}{x^3 - 5x^2 - 12x + 4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{x+7} - 3}$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x) - \frac{\sqrt{2}}{2}}{(x - \frac{\pi}{4})^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x^2 - 8x + 15|}{x^2 - 4x + 3}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 3x + 2}}{\sqrt[3]{5x^3 + 3x^2 + x - 1}}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - x} - \sqrt{x^2 + x}$

(2.4) 4) Determine constantes reais $A; B$ de tal maneira que a função seja contínua em $[0; 5]$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^3 + x^2 + x - 3}, & \text{se } x < 1 \\ Ax + B, & \text{se } 1 \leq x \leq \pi \\ \frac{\sin(2x)}{\pi - x}, & \text{se } x > \pi \end{cases}$$

