



**Instruções gerais:**

- Os celulares devem estar desligados durante a prova.
- Para esta prova é permitido e incentivado o uso de calculadoras.
- Você pode usar o formulário que está na lousa, sem necessidade de justificar.
- Justifique as passagens relevantes, e indique os cálculos feitos na calculadora.
- Para a questão 3, utilize 5 casas decimais. Para a questão 4, utilize 3 casas decimais.

(1.5) 1) Seja  $\lambda$  o último dígito do seu número USP. Responda à questão teórica correspondente:

- Se  $\lambda = 0$  ou 1: Descreva com suas palavras como funciona o algoritmo do método dos gradientes para determinar o máximo de uma função real.
- Se  $\lambda = 2$  ou 3: O que é o “Fenômeno de Runge”? Em que situações ele ocorre?
- Se  $\lambda = 4$  ou 5: Compare o método de Lagrange com o método de Newton-Gregory para interpolação polinomial, mencionando uma vantagem e uma desvantagem de cada um deles sobre o outro.
- Se  $\lambda = 6$  ou 7: Compare o método de Newton para determinar zeros de funções com o método das aproximações sucessivas (ou do Ponto fixo), mencionando uma vantagem e uma desvantagem de cada um deles sobre o outro.
- Se  $\lambda = 8$  ou 9: Descreva com suas palavras como funciona o algoritmo de Newton para determinar soluções de sistemas não-lineares.

(1.5) 2) Resolva uma das questões teóricas do exercício anterior, que não seja a correspondente ao seu  $\lambda$ , à sua escolha. (Lembre-se de indicar qual a questão escolhida)

3) Joãozinho pegou a calculadora científica de seu irmão mais velho, que estava em radianos, e a ligou. A tela mostrava “0”. Ele apertou a tecla “cos” da calculadora de seu irmão, seguido da tecla “=”, repetidamente, e notou que os números iam mudando, só que, após um certo tempo, eles iam ficando mais parecidos uns com os outros. Ele não sabia, mas estava aplicando um método numérico para a resolução de equações.

(0.5) a) Que método é esse? Qual equação ele resolveu através desse método? Interprete geometricamente.

(1.0) b) Prove a convergência desse método, para a equação referida.

(2.0) c) Partindo do intervalo  $[0; 1]$ , faça duas iterações do método da bissecção e depois duas iterações pelo método de Newton para encontrar a raiz dessa função. Calcule o erro absoluto cometido após cada iteração.

4) Seja  $\lambda$  o último dígito do seu número USP. Considere a função  $f(x) = \sqrt{(150 + \lambda)^2 - x^2}$ , para  $x \in [-(150 + \lambda); 150 + \lambda]$ . Note que essa equação representa a semicircunferência de centro na origem, e raio  $150 + \lambda$ .

(0.5) a) Crie uma tabela com 5 valores equidistantes no intervalo  $[-(150 + \lambda); 150 + \lambda]$ , e avalie  $f(x)$  nesses pontos.

(1.5) b) Determine o polinômio interpolador por esses pontos, pelo método que achar mais conveniente.

(0.5) c) Estime  $\int_{-(150+\lambda)}^{150+\lambda} f(x) dx$ , usando o polinômio interpolador. Compare com o resultado exato da integral. (Note que o valor exato da integral pode ser calculado com geometria plana).

(1.0) d) Explique os passos necessários para aproximar  $f(x)$  através de um polinômio de segundo grau, utilizando o método dos mínimos quadrados contínuo. (Não é necessário fazer os cálculos, apenas descreva o processo e indique quais cálculos deveriam ser feitos).