Trabalho 1 de Métodos de Matemática Aplicada

Professor: Daniel Henrique Silva

Instruções: Para esse trabalho, você irá usar criar duas constantes que serão usadas na lista toda. Pegue o número do seu RA, e some os dígitos. Defina α como sendo o resto da divisão inteira dessa soma por 4, e defina β como sendo o resto da divisão inteira da mesma soma por 5. Então, por exemplo, suponha que o seu RA seja <u>708866</u>. Então, nesse caso, temos que a soma será $7+0+8+8+6+6=35$.

Fazendo a divisão inteira de 35 por 4, o resultado é 8, e o resto é 3, logo $\alpha = 3$.

Fazendo a divisão inteira de 35 por 5, o resultado é 7, e o resto é 0, logo $\beta = 0$.

Essas duas constantes serão utilizadas em pontos diferentes da lista de exercícios.

A lista é individual, e pode ser entregue pessoalmente, ou no email danielhs@dm.ufscar.br, até a data de 26/09, data da primeira prova. **Listas entregues fora do prazo não serão aceitas!!!**.

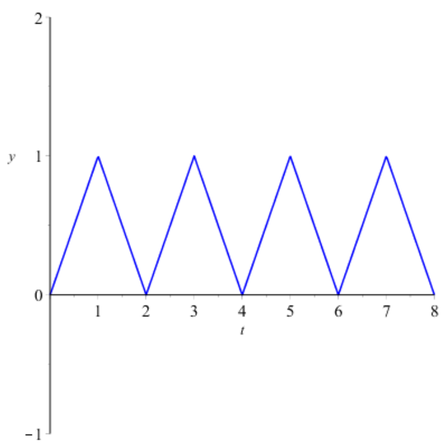
É aceito e recomendável que vocês utilizem softwares matemáticos (MatLab, Maple, Octave, R, WolframAlpha….) para auxiliar na resolução das listas, em cálculos de derivadas, esboços gráficos, simplificações algébricas. A lista possui exercícios de alta complexidade, e é assumido que você pode utilizar recursos de software matemático para trabalhar com as resoluções dos problemas propostos.

1) Calcule a transformada de Laplace das funções:

a) $f(t) = t^2 e^{(\alpha+2)t} \cos\big((\beta+3)t\big)$

b) $f(t) = \delta(t) - \delta(t-1) + \delta(t-2) - \delta(t-3) + \cdots$

c) $f(t)$ é a função “onda triangular”, ligando os pontos $(n;0)$ à $(n+1;1)$, quando n é par, e $(n;1)$ à $(n+1;0)$, quando n é ímpar. Observe que essa função tem domínio em $\mathbb{R}^+$, e parte do seu gráfico é dado por:



OBS: Gráfico feito pelo software Maple

2) Determine a transformada inversa de: (OBS: É incentivado que você utilize algum software para os cálculos intermediários, como sistemas, frações parciais, ou integrais de convolução)

a) $\frac{4s^6-29s^5+111s^4-280s^3+354s^2-73s-147}{(s^2+9)(s-1)^3(s-2)^2}$

b) $\frac{(s+2)(s+4)(s+6)}{(s^2+1)(s^2+4)(s^2+9)}$

3) Foi visto em aula que o fenômeno da ressonância ocorre quando uma força externa com frequência igual à frequência natural de um movimento harmônico age sobre o mesmo. O objetivo desse exercício é estudar o fenômeno de batimento, que ocorre quando uma força externa de frequência próxima ao movimento natural de um movimento harmônico age sobre o mesmo. Considere um corpo de massa 1Kg, inicialmente em repouso e partindo da posição de equilíbrio de um sistema massa-mola, sem forças de resistência, preso a uma mola de constante elástica $(\alpha+\beta+9)$N/m, que começa a partir de

um certo instante sofrer ação de uma força externa de intensidade $F(t) = \cos(\sqrt{\alpha + \beta + 10}\, t)$, onde $t \geq 0$. Para esse problema:

a) Modele um PVI que descreva o movimento dessa massa em função do tempo.

b) Resolva o PVI através de transformadas de Laplace (Sugestão:  Utilize produto de convolução para fazer a transformada inversa.)

c) Utilizando um software gráfico faça o gráfico da solução para $t \in [0; 20\pi]$, e depois para $t \in [0; 200\pi]$. Comente fisicamente o ocorrido, e se a resposta encontrada faz sentido fisicamente.

4) Considere o seguinte problema integro-diferencial de valor inicial:

$$\begin{cases} y' + (\alpha + \beta + 2)y + 10\int_0^t y(\tau)d\tau = f(t) \\ y(0) = 0 \end{cases}, \text{ onde } f(t) = \begin{cases} 12, & se\ 0 \leq t < 6 \\ 24 - 2t, & se\ 6 \leq t < 12 \\ 0, & se\ t \geq 12 \end{cases}$$

a) Interprete esse problema como um circuito RLC. Qual o significado físico da variável $y(t)$? Quais os valores da resistência, capacitância e indutância no circuito?

b) Escreva $f(t)$ em função da função de Heaviside.

c) Determine a função $y(t)$.

d) Utilizando algum software computacional, faça um esboço do gráfico de $y(t)$ para $t \in [0; 20]$.