(1.0) 1) Seja $K_4 = K\ mod\ 4$. Responda à questão teórica correspondente:

Se $K_4 = 0$: Descreva o que é o fenômeno de Runge.

Se $K_4 = 1$: Enuncie (mas não demonstre) o teorema de existência e unicidade do polinômio interpolador.

Se $K_4 = 2$: Explique algebricamente a importância da condição $x_i \neq x_j$, se $i \neq j$ para a existência do polinômio interpolador.

Se $K_4 = 3$: Mencione uma vantagem e uma desvantagem do método de interpolação de Lagrange em relação ao método de Newton.

(1.0) 2) Seja $K_3 = K\ mod\ 3$. Responda à questão teórica correspondente:

Se $K_3 = 0$: Dê um exemplo de uma situação onde é mais conveniente utilizar o método dos mínimos quadrados ao invés de interpolação polinomial para se criar uma função

Se $K_3 = 1$: Tanto a interpolação polinomial quanto o método dos mínimos quadrados polinomial aproximam pontos dados por um polinômio. Qual a diferença em relação a abordagem desses dois métodos.

Se $K_3 = 2$: Para aproximar uma função $f(x)$ por um polinômio de segundo grau num intervalo $[a; b]$ podemos utilizar o MMQ polinomial com ao menos três pontos da função, ou o MMQ contínuo. Qual deles é mais preciso? Justifique

3) Considere a função $f(x) = \sqrt{(K_3 + K_4 + 1)^2 - x^2}$, $x \in [-(K_3 + K_4 + 1); K_3 + K_4 + 1]$, onde $K_3 = K\ mod\ 3$ e $K_4 = K\ mod\ 4$. Note que essa função representa meia circunferência de centro na origem, e raio $K_3 + K_4 + 1$.

(0.5) a) Crie uma tabela com 5 valores equidistantes no intervalo $[-(K_3 + K_4 + 1); K_3 + K_4 + 1]$ para essa função.

(2.0) b) Determine o polinômio interpolador para essa função pelos 5 pontos que você tabelou no item anterior.

(1.0) c) Estime $\int_{-(K_3+K_4+1)}^{K_3+K_4+1} f(x)\, dx$, e compare com o resultado exato. (DICA: O resultado exato é calculado facilmente com geometria plana).

4) Considere os pontos tabelados abaixo, extraídos da função $f(x) = \frac{12x^2-12}{x^2}$

x	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	9	10,6667	11,25	11,52	11,6667	11,7551	11,8125

(1.5) a) Utilize MMQ discreto para aproximar essa função por uma função da forma $g(x) = a_0 + \frac{a_1}{x}$ nos pontos dados. Calcule o erro cometido pelo método dos mínimos quadrados.

(2.0) b) Pelo MMQ contínuo, aproxime essa função por uma função do tipo $h(x) = b_0 + \frac{b_1}{x}$ no intervalo $[2; 8]$

<(“) Boa Prova!